דף נוסחאות למבחן סוף הסמסטר בקורס חשבון אינפי 1 20151

משוואות המשיק לעקומה $y = f(x)$ בנקודה x_0 $y - f(x_0) = f'(x_0)(x - x_0)$

והנורמל $y - f(x_0) = -\frac{1}{f'(x_0)}(x - x_0)$

נוסחת טיילור

$$f(x) = p_n(x) + R_n(x) =$$

$$= f(a) + \frac{f'(a)}{1!}(x-a) + \frac{f''(a)}{2!}(x-a)^2 + \ldots + \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(x-a)^n + \frac{f^{(n+1)}(c)}{(n+1)!}(x-a)^{n+1}$$

c נמצא בין a ל- x.

טבלת הנגזרות (חלקית)

$$(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}, \qquad (\arccos x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}},$$

$$(\arctan x)' = \frac{1}{1+x^2}, \qquad (\operatorname{arccot} x)' = -\frac{1}{1+x^2}.$$

טבלת האינטגרלים (חלקית)

$$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2-x^2}} = \arcsin\frac{x}{a} + C, \quad \int \frac{dx}{a^2+x^2} = \frac{1}{a}\arctan\frac{x}{a} + C, \quad \int \frac{dx}{a^2-x^2} = \frac{1}{2a}\ln\left|\frac{a+x}{a-x}\right| + C,$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+a}} = \ln\left|x + \sqrt{x^2+a}\right| + C, \int \frac{dx}{\sin x} = \ln\left|\tan\frac{x}{2}\right| + C, \quad \int \frac{dx}{\cos x} = \ln\left|\tan\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4}\right)\right| + C.$$

<u>הצבה טריגונומטרית אוניברסאלית:</u> $t = \tan\frac{x}{2}$, $x = 2\arctan t$, $\sin x = \frac{2t}{1+t^2}$, $\cos x = \frac{1-t^2}{1+t^2}$.

יישומים של אינטגרל מסוים

<u>חישוב השטח של תחום מישורי</u>

אם $g(x) \le f(x)$ כאשר $x \in [a,b]$ אז: $S = \int_a^b \left(f(x) - g(x)\right)dx$.

<u>חישוב נפחים בשיטת פרוסות</u>

התחום החסום על ידי העקומה $y = f(x)$ ומעל לקטע $[a,b]$ המסתובב סביב ציר ה- x:

$V = \pi\int_a^b f^2(x)dx$.

<u>חישוב נפחים בשיטת קליפות</u>

התחום החסום על ידי העקומה $y = f(x)$ ומעל לקטע $[a,b]$ מסתובב סביב ציר ה- y אז

$V = 2\pi\int_a^b xf(x)dx$.

<u>אורך הקשת של העקומה החלקה</u> $L = \int_a^b \sqrt{1 + \left(f'(x)\right)^2}\,dx$.

נוסחאות טריגונומטריות

(1) $\begin{cases} \sin^2 x + \cos^2 x = 1, \\ 1 + \tan^2 x = \dfrac{1}{\cos^2 x},\ 1 + \cot^2 x = \dfrac{1}{\sin^2 x}, \end{cases}$

(2) $\begin{cases} \sin(x+y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y,\ \sin(x-y) = \sin x \cos y - \cos x \sin y, \\ \cos(x+y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y,\ \cos(x-y) = \cos x \cos y + \sin x \sin y, \end{cases}$

(3) $\begin{cases} \sin 2x = 2 \sin x \cos x, \\ \cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x = 2\cos^2 x - 1 = 1 - 2\sin^2 x, \end{cases}$

(4) $\begin{cases} \sin x + \sin y = 2 \sin \dfrac{x+y}{2} \cos \dfrac{x-y}{2},\ \ \sin x - \sin y = 2 \sin \dfrac{x-y}{2} \cos \dfrac{x+y}{2}, \\ \cos x + \cos y = 2 \cos \dfrac{x+y}{2} \cos \dfrac{x-y}{2},\ \ \cos x - \cos y = -2 \sin \dfrac{x+y}{2} \sin \dfrac{x-y}{2}, \end{cases}$

(5) $\begin{cases} \sin x \sin y = \dfrac{1}{2}\big(\cos(x-y) - \cos(x+y)\big), \\ \sin x \cos y = \dfrac{1}{2}\big(\sin(x+y) + \sin(x-y)\big), \\ \cos x \cos y = \dfrac{1}{2}\big(\cos(x+y) + \cos(x-y)\big), \end{cases}$

(6) $\begin{cases} \cos^2 x = \dfrac{1 + \cos 2x}{2}, \sin^2 x = \dfrac{1 - \cos 2x}{2}, \sin x \cos x = \dfrac{\sin 2x}{2} \end{cases}$